

1. Решите уравнение:

$$\begin{aligned} &-(1-3x+5)-(3x-5+7x)+(7x-9+11x)+(9-11x+13)- \\ &-(13-15x+17)-(15x-17+19x)+(19x-21+23x)+\dots \\ &\dots-(9997-9999x+10001)-(9999x-10001+10003x)=10002 \end{aligned}$$

2. Что такое парабола? Попробуйте дать определение понятию «сумма парабол». Верно ли, что «сумма парабол» является параболой? Ответ обосновать.

3. Два велосипедиста поехали по одной дороге из города N . Первый из них каждый чётный час своего пути ехал со скоростью 15,8 км/ч, а каждый нечётный – со скоростью 8,2 км/ч, а второй выехал на 1 час позже первого с начальной скоростью 10,02 км/ч и поехал с ускорением 0,56 км/ч². Через какое время после своего старта второй велосипедист впервые догнал первого? Находились ли велосипедисты вновь одновременно в одной точке? Если да, то когда?

4. На координатной плоскости изобразите множество точек, координаты которых удовлетворяют следующему условию:

$$-y^2 - x \leq y \leq y^2 - x$$

5. В квадрат вписан равнобедренный треугольник таким образом, что его вершина находится в вершине квадрата. Какую максимальную площадь может иметь данный треугольник, если площадь квадрата равна a ?

6. Сумма трёх последовательных натуральных чисел, делящихся на некоторое натуральное n (здесь и далее в данной задаче подразумевается деление нацело), делится на 42, но не делится на 12. Докажите следующие утверждения: а) разность квадратов наибольшего и наименьшего из этих чисел не делится на 32; б) если сумма квадратов всех трёх чисел делится на 7, то она делится и на 98.

7. При каких натуральных значениях k и действительных значениях a ($a \neq 1, a \neq 3$) решением неравенства

$$\frac{(x-1)^k(x-a)^{k+1}}{(x-3)^{k+2}} \leq 0$$

является интервал (полуинтервал)?

(Идея задачи: Кирилл Казаков, 11 класс, Москва)

1. Решите уравнение:

$$\begin{aligned} &-(2-4x+6)-(4x-6+8x)+(8x-10+12x)+(10-12x+14)- \\ &-(14-16x+18)-(16x-18+20x)+(20x-22+24x)+\dots \\ &\dots-(9998-10000x+10002)-(10000x-10002+10004x)=10002 \end{aligned}$$

2. Что такое гипербола? Попробуйте дать определение понятию «сумма гипербол». Верно ли, что «сумма гипербол» является гиперболой? Ответ обосновать.

3. Два велосипедиста поехали по одной дороге из города N . Первый из них каждый чётный час своего пути ехал со скоростью 15,2 км/ч, а каждый нечётный – со скоростью 8,8 км/ч, а второй выехал на 1 час позже первого с начальной скоростью 11,1 км/ч и поехал с ускорением 0,5 км/ч². Через какое время после своего старта второй велосипедист впервые догнал первого? Находились ли велосипедисты вновь одновременно в одной точке? Если да, то когда?

4. На координатной плоскости изобразите множество точек, координаты которых удовлетворяют следующему условию:

$$x - y^2 \leq y \leq x + y^2$$

5. В квадрат вписан равнобедренный треугольник таким образом, что его вершина находится в вершине квадрата. Какую минимальную площадь может иметь квадрат, если площадь данного треугольника равна a ?

6. Сумма трёх последовательных натуральных чисел, делящихся на некоторое натуральное n (здесь и далее в данной задаче подразумевается деление нацело), делится на 42, но не делится на 12. Докажите следующие утверждения: а) разность квадратов наибольшего и наименьшего из этих чисел делится на 8; б) сумма квадратов всех трёх чисел либо делится на 98, либо не делится на 7.

7. При каких натуральных значениях k и действительных значениях a ($a \neq 2, a \neq 5$) решением неравенства

$$\frac{(x-5)^k(x-a)^{k+1}}{(x-2)^{k+2}} \leq 0$$

является интервал (полуинтервал)?

(Идея задачи: Кирилл Казаков, 11 класс, Москва)