

Вариант ФМШ2019-11-1

1. Вычислите сумму ряда: $3 + 12 + 21 + \dots + (n^2 - 21) + (n^2 - 12) + (n^2 - 3)$
(Идея задачи: Николай Дмитриев, 8 класс, Москва)
2. Что такое многогранник? Может ли многогранник иметь бесконечное количество граней? Если да, то будет ли в этом случае конечной или бесконечной площадь его полной поверхности? Если нет, то может ли тем не менее площадь полной поверхности многогранника быть бесконечной? Ответы обосновать.
3. Хомячок с 0 часов ночи до 6 часов утра бегаёт в колесе диаметром 18 см. Сделав пробежку продолжительностью 1-2 минуты он отдыхает. Затем снова бежит и опять отдыхает. Время отдыха в 2-3 раза меньше, чем время только что сделанной пробежки. За одну пробежку колесо делает 60-80 полных оборотов, а каждые 3 км пробега хомячка дают 1 Вт·ч энергии. Сколько понадобится таких хомячков, чтобы за ночь полностью зарядить мобильный телефон, который полностью заряжается зарядным устройством с напряжением 5 В и средним током 1 А в течение 3 часов ($A = I \cdot U \cdot t$).
4. Часть графика линейной функции $y = kx + b$ вместе с осями координат образует треугольник. После уменьшения в t раз модуля коэффициента k площадь треугольника увеличилась. В каких пределах могло измениться значение b ?
5. Изобразите на координатной плоскости множество всех точек, модули координат которых отличаются не менее, чем на некоторое чётное число, и одновременно сумма модулей координат не превышает ближайшее большее чётное число.
6. Каждое новое значение времени (кроме первого и второго), выводимое электронными часами в формате ЧЧ:ММ (2 разряда для часов и 2 разряда для минут: от 00:00 до 23:59), отличается от предыдущего в 4 раза больше, чем предыдущее от предпредыдущего. Может ли возникнуть ситуация, когда стрелки обычных часов, показывающих ту же последовательность значений времени, вновь окажутся в некотором положении, которое занимали ранее? Если да, то найдите все случаи, в которых такое может случиться.

7. Решите систему неравенств:
$$\begin{cases} \log_2 \sqrt{\frac{(3-x) \cdot (x^2-1)}{x-1}} + \sin \sqrt{\frac{2-x}{x+4}} > \frac{1}{2} \\ \left(-\sqrt{\frac{2-x}{x+4}} + 3 \cos \sqrt{\frac{2-x}{x+4}} \right) \cdot \sin \pi x \geq 0 \end{cases}$$

Вариант ФМШ2019-11-2

1. Вычислите сумму ряда: $6 + 15 + 24 + \dots + (n^2 - 24) + (n^2 - 15) + (n^2 - 6)$
(Идея задачи: Николай Дмитриев, 8 класс, Москва)
2. Что такое многогранник? Может ли многогранник иметь бесконечное количество рёбер? Если да, то будет ли в этом случае конечной или бесконечной сумма длин всех его рёбер? Если нет, то может ли тем не менее сумма длин всех рёбер многогранника быть бесконечной? Ответы обосновать.
3. Хомячок с 0 часов ночи до 6 часов утра бегаёт в колесе диаметром 18 см. Сделав пробежку продолжительностью 2-3 минуты он отдыхает. Затем снова бежит и опять отдыхает. Время отдыха в 2-4 раза меньше, чем время только что сделанной пробежки. За одну пробежку колесо делает 100-120 полных оборотов, а каждые 3 км пробега хомячка дают 1 Вт·ч энергии. Сколько понадобится таких хомячков, чтобы за ночь полностью зарядить мобильный телефон, который полностью заряжается зарядным устройством с напряжением 5 В и средним током 1 А в течение 3 часов ($A = I \cdot U \cdot t$).
4. Часть графика линейной функции $y = kx + b$ вместе с осями координат образует треугольник. После увеличения в p раз модуля b площадь треугольника уменьшилась. В каких пределах могло измениться значение k ?
5. Изобразите на координатной плоскости множество всех точек, модули координат которых отличаются не менее, чем на некоторое число, кратное трём, и одновременно сумма модулей координат не превышает ближайшее большее число, кратное трём.
6. Каждое новое значение времени (кроме первого и второго), выводимое электронными часами в формате ЧЧ:ММ (2 разряда для часов и 2 разряда для минут: от 00:00 до 23:59), отличается от предыдущего в 6 раз больше, чем предыдущее от предпредыдущего. Может ли возникнуть ситуация, когда стрелки обычных часов, показывающих ту же последовательность значений времени, вновь окажутся в некотором положении, которое занимали ранее? Если да, то найдите все случаи, в которых такое может случиться.

7. Решите систему неравенств:
$$\begin{cases} \log_2 \sqrt{\frac{(3-x) \cdot (x^2-1)}{x-1}} + \sin \sqrt{\frac{2-x}{x+4}} > \frac{1}{2} \\ \left(-\sqrt{\frac{2-x}{x+4}} + 3 \cos \sqrt{\frac{2-x}{x+4}} \right) \cdot \sin \pi x \geq 0 \end{cases}$$