

Вариант ФМШ2018-11-1

1. Решите уравнение: $\sin(\pi - \sin(\pi - \sin(\pi - \sin(\dots(x)))))) = 0$
2. Как известно, в евклидовой геометрии есть пересекающиеся и непересекающиеся прямые. Рассмотрим другую геометрию, в которой любые две прямые пересекаются. Предложите вариант изображения прямых в такой геометрии. Какие свойства геометрических объектов в новой геометрии могут сохраниться, а какие обязательно изменятся? Ответы обосновать.
3. Два велосипедиста поехали по одной дороге из города N . Первый из них ехал с ускорением (-2) км/ч² до тех пор, пока его скорость не уменьшилась до 12 км/ч, и после этого ехал с ускорением 4 км/ч², пока его скорость не увеличилась до 20 км/ч, потом снова с ускорением (-2) км/ч², пока его скорость не уменьшилась до 12 км/ч, и т.д., а второй, выехавший на 1 час позже первого, каждый чётный час своего пути ехал с ускорением 4 км/ч², а каждый нечётный – с ускорением (-2) км/ч². Через какое время после своего старта второй велосипедист догнал первого, если начальные скорости обоих велосипедистов равны 20 км/ч?

4. На координатной плоскости изобразите множество точек, координаты которых удовлетворяют следующему условию:

$$x - y \leq x^2 y \leq x + y$$

5. В равносторонний треугольник вписан прямоугольник таким образом, что одна из его сторон лежит на основании треугольника. Какое максимальное значение может принимать площадь данного прямоугольника, если сторона исходного треугольника равна a ?

6. Решите неравенство: $10^{-|\ln|x||} < 2^{|\lg|x||}$

7. При каких натуральных значениях k и попарно различных действительных значениях a , b и c решением неравенства

$$\frac{(x-a)^k (x-b)^{k-1}}{(x-c)^{k+1}} \leq 0$$

является интервал (полуинтервал)?

(Идея задачи: Кирилл Казаков, 11 класс, Москва)

Вариант ФМШ2018-11-2

1. Решите уравнение: $\cos\left(\frac{\pi}{2} - \cos\left(\frac{\pi}{2} - \cos\left(\frac{\pi}{2} - \cos(\dots(x))\right)\right)\right) = 0$

2. Как известно, в евклидовой геометрии есть пересекающиеся и непересекающиеся прямые. Рассмотрим другую геометрию, в которой никакие две прямые не пересекаются. Предложите вариант изображения прямых в такой геометрии. Какие свойства геометрических объектов в новой геометрии могут сохраниться, а какие обязательно изменятся? Ответы обосновать.

3. Два велосипедиста поехали по одной дороге из города N . Первый из них ехал с ускорением (-4) км/ч² до тех пор, пока его скорость не уменьшилась до 10 км/ч, и после этого ехал с ускорением 2 км/ч², пока его скорость не увеличилась до 18 км/ч, потом снова с ускорением (-4) км/ч², пока его скорость не уменьшилась до 10 км/ч, и т.д., а второй, выехавший на 1 час позже первого, каждый чётный час своего пути ехал с ускорением 4 км/ч², а каждый нечётный – с ускорением (-2) км/ч². Через какое время после своего старта второй велосипедист догнал первого, если начальная скорость первого велосипедиста равна 18 км/ч, а второго – 17 км/ч?

4. На координатной плоскости изобразите множество точек, координаты которых удовлетворяют следующему условию:

$$y - x \leq xy^2 \leq y + x$$

5. В прямоугольный треугольник, один из катетов которого в 2 раза меньше гипотенузы, вписан прямоугольник таким образом, что одна из его сторон лежит на гипотенузе треугольника. Какое максимальное значение может принимать площадь данного прямоугольника, если гипотенуза исходного треугольника равна a ?

6. Решите неравенство: $10^{|\ln|x||} > 3^{-|\lg|x||}$

7. При каких натуральных значениях k и попарно различных действительных значениях a , b и c решением неравенства

$$\frac{(x-a)^k (x-b)^{k-1}}{(c-x)^{k+1}} \geq 0$$

является интервал (полуинтервал)?

(Идея задачи: Кирилл Казаков, 11 класс, Москва)