

Вариант ФМШ2018-10-1

1. Решите уравнение: $\underbrace{\sin(\pi - \sin(\pi - \sin(\dots(\pi - \sin(x))))))}_{2018 \text{ раз}} = 0$

2. Как известно, в евклидовой геометрии есть пересекающиеся и непересекающиеся прямые. Рассмотрим другую геометрию, в которой любые две прямые пересекаются. Предложите вариант изображения прямых в такой геометрии. Какие свойства геометрических объектов в новой геометрии могут сохраниться, а какие обязательно изменятся? Ответы обосновать.

3. Два велосипедиста поехали по одной дороге из города N . Первый из них ехал с ускорением 1 км/ч^2 , а второй, выехавший на 1 час позже первого, каждый четный час своего пути ехал с ускорением 6 км/ч^2 , а каждый нечетный – с ускорением $(-2) \text{ км/ч}^2$. Через какое время после своего старта второй велосипедист догнал первого, если начальная скорость первого велосипедиста была 10 км/ч , а второго – 12 км/ч ?

4. На координатной плоскости изобразите множество точек, координаты которых удовлетворяют следующему условию:

$$x - y \leq xy \leq x + y$$

5. В равносторонний треугольник вписан прямоугольник таким образом, что одна из его сторон лежит на основании треугольника. Какое максимальное значение может принимать площадь данного прямоугольника, если сторона исходного треугольника равна a ?

6. Две квадратичные функции имеют одинаковые нули, и при этом вершина графика одной из данных функций находится в 2 раза дальше от оси OX , чем вершина графика другой функции. Чему может быть равно отношение свободных членов данных квадратичных функций?

7. При каких натуральных значениях k и попарно различных действительных значениях a , b и c решением неравенства

$$\frac{(x-a)^k (x-b)^{k+1}}{(x-c)^{k+2}} \leq 0$$

является интервал (полуинтервал)?

(Идея задачи: Кирилл Казаков, 11 класс, Москва)

Вариант ФМШ2018-10-2

1. Решите уравнение: $\underbrace{\cos\left(\frac{\pi}{2} - \cos\left(\frac{\pi}{2} - \cos\left(\dots\left(\frac{\pi}{2} - \cos(x)\right)\right)\right)\right)}_{2018 \text{ раз}} = 0$

2. Как известно, в евклидовой геометрии есть пересекающиеся и непересекающиеся прямые. Рассмотрим другую геометрию, в которой никакие две прямые не пересекаются. Предложите вариант изображения прямых в такой геометрии. Какие свойства геометрических объектов в новой геометрии могут сохраниться, а какие обязательно изменятся? Ответы обосновать.

3. Два велосипедиста поехали по одной дороге из города N . Первый из них ехал с ускорением 1 км/ч^2 , а второй, выехавший на 2 часа позже первого, каждый четный час своего пути ехал с ускорением 8 км/ч^2 , а каждый нечетный – с ускорением $(-4) \text{ км/ч}^2$. Через какое время после своего старта второй велосипедист догнал первого, если начальная скорость первого велосипедиста была 10 км/ч , а второго – 16 км/ч ?

4. На координатной плоскости изобразите множество точек, координаты которых удовлетворяют следующему условию:

$$y - x \leq xy \leq y + x$$

5. В прямоугольный треугольник, один из катетов которого в 2 раза меньше гипотенузы, вписан прямоугольник таким образом, что одна из его сторон лежит на гипотенузе треугольника. Какое максимальное значение может принимать площадь данного прямоугольника, если гипотенуза исходного треугольника равна a ?

6. Две квадратичные функции имеют одинаковые нули, и при этом вершина графика одной из данных функций находится в 3 раза дальше от оси OX , чем вершина графика другой функции. Чему может быть равно отношение свободных членов данных квадратичных функций?

7. При каких натуральных значениях k и попарно различных действительных значениях a , b и c решением неравенства

$$\frac{(x-a)^k (x-b)^{k+1}}{(c-x)^{k+2}} \geq 0$$

является интервал (полуинтервал)?

(Идея задачи: Кирилл Казаков, 11 класс, Москва)