

Вариант ФМШ2016-III-10-1

1. Изобразите на координатной плоскости множество точек, ко-

ординаты которых удовлетворяют системе:
$$\begin{cases} \frac{x}{y} + \frac{y}{x} \geq 0 \\ \frac{x}{y} - \frac{y}{x} \leq 0 \end{cases}$$

2. Что такое переместительный закон умножения? Справедлив ли переместительный закон для операций деления и возведения в степень? Ответы обоснуйте.
3. Вычислите без использования калькулятора:
 $30^2 + 30 \cdot 35 + 2 \cdot 35^2 + 35 \cdot 40 + 2 \cdot 40^2 + 40 \cdot 45 + 2 \cdot 45^2 + 45 \cdot 50 + \dots$
 $\dots + 2 \cdot 290^2 + 290 \cdot 295 + 2 \cdot 295^2 + 295 \cdot 300 + 300^2$
4. Центр окружности находится в центре квадрата. Какую часть диагонали данного квадрата должен составлять радиус этой окружности, чтобы она разделила данный квадрат на две части, площадь одной из которых в 3 раза больше другой?
5. В саду в улье живут правильные и неправильные пчёлы, которых в 3 раза больше, чем правильных. В день одна правильная пчела приносит в 3 раза больше нектара, чем 3 неправильных пчелы приносят за 3 дня. Сколько килограммов мёда получится из нектара, собранного всем ульем, если правильные пчёлы улья вместе принесли 27 кг нектара, и при этом мёд отличается от нектара тем, что в мёде воды 20%, а в нектаре – 60%? (На основе задачи Романа Белинского, 8 класс, Москва)
6. В каких пределах может лежать разность между двумя рациональными числами, чтобы между ними находилось хотя бы одно из рациональных чисел, которое можно представить в виде несократимой дроби со знаменателем k для любого натурального k ? Ответ обоснуйте.
7. Найдите все значения параметра a , при которых уравнение $|x - 2| - |2x^2 - 8| - 1 = 2a$ имеет три различных корня. (На основе задачи Марии Киселёвой, 8 класс, Воронеж)

Вариант ФМШ2016-III-10-2

1. Изобразите на координатной плоскости множество точек, ко-

ординаты которых удовлетворяют системе:
$$\begin{cases} \frac{x}{y} + \frac{y}{x} \leq 0 \\ \frac{x}{y} - \frac{y}{x} \geq 0 \end{cases}$$

2. Что такое сочетательный закон умножения? Справедлив ли сочетательный закон для операций деления и возведения в степень? Ответы обоснуйте.
3. Вычислите без использования калькулятора:
 $40^2 + 40 \cdot 45 + 2 \cdot 45^2 + 45 \cdot 50 + 2 \cdot 50^2 + 50 \cdot 55 + 2 \cdot 55^2 + 55 \cdot 60 + \dots$
 $\dots + 2 \cdot 390^2 + 390 \cdot 395 + 2 \cdot 395^2 + 395 \cdot 400 + 400^2$
4. Центр окружности находится в центре квадрата. Какую часть диагонали данного квадрата должен составлять радиус этой окружности, чтобы она разделила данный квадрат на две части, площадь одной из которых в 4 раза больше другой?
5. В саду в улье живут правильные и неправильные пчёлы, которых в 4 раза больше, чем правильных. В день одна правильная пчела приносит в 4 раза больше нектара, чем 4 неправильных пчелы приносят за 4 дня. Сколько килограммов мёда получится из нектара, собранного всем ульем, если правильные пчёлы улья вместе принесли 32 кг нектара, и при этом мёд отличается от нектара тем, что в мёде воды 20%, а в нектаре – 60%? (На основе задачи Романа Белинского, 8 класс, Москва)
6. В каких пределах может лежать разность между двумя рациональными числами, чтобы между ними не существовало ни одного рационального числа, которое можно представить в виде несократимой дроби с натуральным знаменателем, не превышающем n ? Ответ обоснуйте.
7. Найдите все значения параметра a , при которых уравнение $|12 - 3x^2| - |x - 2| + 1 = 2a$ имеет три различных корня. (На основе задачи Марии Киселёвой, 8 класс, Воронеж)