

Вариант ФМШ2016-II-11-1

1. Решите неравенство: $x^2 + y^2 - 4x + 2y + 4 < 0$
2. На координатной плоскости изобразите множество точек $(x; y)$, координаты которых удовлетворяют неравенству:

$$y + |y + 1| < x \cdot (y + 1)$$

3. Что называется расстоянием от точки до плоскости? Почему такое понятие можно ввести? В каком случае ввести его было бы нельзя?
4. Чайка A взлетает с Земли с постоянной скоростью, двигаясь по окружности радиусом 50 метров, центр которой находится над точкой взлёта. Чайка B , находящаяся на расстоянии 100 м от места взлёта чайки A в направлении её взлёта, взлетает с Земли одновременно с ней и летит прямолинейно под углом к горизонту по направлению к траектории движения чайки A с той же постоянной скоростью. Составьте уравнение с одной переменной, решение которого поможет найти угол, под которым должна взлететь чайка B , чтобы птицы столкнулись.

(На основе задачи Вячеслава Лукьянчука, 10 класс, г. Пермь.)

5. Дан треугольник AB_1B_2 . На прямой B_1B_2 отмечена точка B_3 так, что $2 \cdot |B_2B_3| = |B_1B_2|$. Затем на этой же прямой отмечена точка B_4 так, что $2 \cdot |B_3B_4| = |B_2B_3|$, точка B_5 , что $2 \cdot |B_4B_5| = |B_3B_4|$ и т.д. Найдите сумму площадей треугольников

$$AB_2B_3, AB_4B_5, AB_6B_7, AB_8B_9, AB_{10}B_{11}, \dots,$$

если известна площадь треугольника AB_nB_{n+1} , где n – известное целое число, $n > 0$. Единственное ли решение имеет данная задача? Ответ обоснуйте.

6. Решите уравнение: $4 \cdot \sqrt[3]{(x+23)^2} + \sqrt[3]{(23-x)^2} - 5 \cdot \sqrt[3]{23^2 - x^2} = 0$
7. При каких целочисленных значениях b не существует целочисленных значений a , что уравнение

$$\frac{(ax^2 + (ax)^2 + a^2x) \cdot \left(\frac{x^2}{a} + \left(\frac{x}{a} \right)^2 + \frac{x}{a^2} \right) \cdot a}{x} = \left(b + \frac{a}{x} \right) \cdot x^2$$

имеет целочисленное решение? (На основе задачи Даниила Ермохина, 8 класс, г. Кимовск, Тульская обл.)

Вариант ФМШ2016-II-11-2

1. Решите неравенство: $x^2 + y^2 + 2x - 6y + 9 < 0$
2. На координатной плоскости изобразите множество точек $(x; y)$, координаты которых удовлетворяют неравенству:

$$y - |y - 1| > (y - 1) \cdot x$$

3. Что называется расстоянием между параллельными плоскостями? Почему такое понятие можно ввести? В каком случае ввести его было бы нельзя?
4. Чайка A взлетает с Земли с постоянной скоростью, двигаясь по окружности радиусом 100 метров, центр которой находится над точкой взлёта. Чайка B , находящаяся на расстоянии 150 м от места взлёта чайки A в направлении её взлёта, взлетает с Земли одновременно с ней и летит прямолинейно под углом к горизонту по направлению к траектории движения чайки A с той же постоянной скоростью. Составьте уравнение с одной переменной, решение которого поможет найти угол, под которым должна взлететь чайка B , чтобы птицы столкнулись.

(На основе задачи Вячеслава Лукьянчука, 10 класс, г. Пермь.)

5. Дан треугольник AB_1B_2 . На прямой B_1B_2 отмечена точка B_3 так, что $2 \cdot |B_2B_3| = |B_1B_2|$. Затем на этой же прямой отмечена точка B_4 так, что $2 \cdot |B_3B_4| = |B_2B_3|$, точка B_5 , что $2 \cdot |B_4B_5| = |B_3B_4|$ и т.д. Найдите сумму площадей треугольников

$$AB_1B_2, AB_3B_4, AB_5B_6, AB_7B_8, AB_9B_{10}, \dots,$$

если известна площадь треугольника AB_nB_{n+1} , где n – известное целое число, $n > 0$. Единственное ли решение имеет данная задача? Ответ обоснуйте.

6. Решите уравнение: $\sqrt[3]{(37+x)^2} + 4 \cdot \sqrt[3]{(x-37)^2} - 5 \cdot \sqrt[3]{37^2 - x^2} = 0$
7. При каких значениях b существуют целочисленные значения a , что уравнение

$$\frac{(ax^2 + (ax)^2 + a^2x) \cdot \left(\frac{x^2}{a} + \left(\frac{x}{a} \right)^2 + \frac{x}{a^2} \right) \cdot a}{x} = \left(b + \frac{a}{x} \right) \cdot x^2$$

имеет целочисленное решение? (На основе задачи Даниила Ермохина, 8 класс, г. Кимовск, Тульская обл.)