

Вариант ФМШ2016-10-1

1. Выразите y через x из соотношения $x = 2y\sqrt{y} + y^3$. Определяет ли данное соотношение функцию $y(x)$?
2. Найдите область определения и множество значений функции $f(x) = x^2 + \frac{x^2}{1+x^2} + \frac{x^2}{(1+x^2)^2} + \dots$ и постройте её график.
3. Дайте определение параллельных прямых в пространстве. Можно ли дать такое определение параллельных прямых в пространстве: прямые параллельны, если во всех плоскостях, содержащих обе данные прямые, эти прямые не пересекаются? Существуют ли в пространстве 3 прямые, никакие две из которых не параллельны и не пересекаются? Ответы обосновать.
4. Из пункта A в пункт B выехал автомобиль, а через четверть часа навстречу ему из пункта B выехал трактор. Автомобиль, доехав до пункта B , развернулся и поехал обратно, приехав в пункт A на полчаса раньше трактора. Оба транспортных средства двигались с постоянной скоростью. Во сколько раз скорость автомобиля больше скорости трактора, если автомобиль и трактор находились на одном расстоянии от пункта A через 2 часа после начала движения автомобиля?
5. Длины сторон треугольника образуют арифметическую прогрессию. Биссектриса, проведённая к большей стороне, делит эту сторону в отношении 2:3. Найдите величину угла, из которого проведена биссектриса.
6. При каких значениях a уравнение $x^2 + ax - 1 = 0$ имеет хотя бы один корень, одновременно являющийся корнем уравнения $x^2 + x - a = 0$?
7. Почему крышки канализационных люков, как правило, делают круглыми? Если бы, тем не менее, Вам поставили задачу спроектировать крышку в форме правильного треугольника вместо круглой, то какие требования к новой конструкции люка Вы предъявили?

Вариант ФМШ2016-10-2

1. Выразите y через x из соотношения $x = 4y\sqrt{y} + y^3$. Определяет ли данное соотношение функцию $y(x)$?
2. Найдите область определения и множество значений функции $f(x) = x + \frac{x}{1+|x|} + \frac{x}{(1+|x|)^2} + \dots$ и постройте её график.
3. Дайте определение прямой в пространстве. Верно ли, что прямые в пространстве перпендикулярны тогда и только тогда, когда угол между ними равен 90 градусов? Существуют ли в пространстве 3 прямые, угол между любыми двумя из которых равен 90 градусов, но при этом никакие из этих прямых не пересекаются? Ответы обосновать.
4. Из пункта A в пункт B выехал автомобиль, а через полчаса навстречу ему из пункта B выехал трактор. Автомобиль, доехав до пункта B , развернулся и поехал обратно, приехав в пункт A на четверть часа раньше трактора. Оба транспортных средства двигались с постоянной скоростью. Во сколько раз скорость автомобиля больше скорости трактора, если автомобиль и трактор находились на одном расстоянии от пункта A через 2 часа после начала движения автомобиля?
5. Длины сторон треугольника образуют арифметическую прогрессию. Биссектриса, проведённая к средней по длине стороне, делит эту сторону в отношении 2:1. Найдите величину угла, из которого проведена биссектриса.
6. При каких значениях a уравнение $x^2 + ax - 2 = 0$ имеет хотя бы один корень, одновременно являющийся корнем уравнения $x^2 + 2x - a = 0$?
7. Почему крышки канализационных люков, как правило, делают круглыми? Если бы, тем не менее, Вам поставили задачу спроектировать крышку квадратной формы вместо круглой, то какие требования к новой конструкции люка Вы предъявили?