

Вариант ФМШ2012-11-1

1. Какое из следующих чисел больше другого: $\sin(\cos 75^\circ)$ или $\cos(\sin 75^\circ)$? Ответ обоснуйте.

2. Решить систему неравенств:
$$\begin{cases} x^2 - 3x + 2 > 0 \\ (2x - 1)(x - 2) \leq 0 \end{cases}$$

3. а) Изобразить на плоскости множество точек, координаты которых $(x; y)$ удовлетворяют уравнению: $x^2 - y^2 + 2y = 1$;

б) из построенного множества точек выделить подмножество, являющееся графиком некоторой функции, область определения которой – всё множество действительных чисел, и на своей области определения она не является монотонной;

в) написать аналитическое выражение (формулу) для функции, графиком которой является выделенное подмножество точек из пункта б).

4. Павел добирается из дома до института за 50 минут. Из них 20 минут он идёт пешком, а остальное время едет на метро. Вечером Павел подвернул ногу и выяснил, что скорость его передвижения пешком уменьшилась в 2 раза. Успеет ли Павел добраться до института вовремя, если следующим утром выйдет из дома на 15 минут раньше, чем обычно? За какое время ему необходимо выходить из дома, чтобы точно не опоздать в институт?

5. Окружности радиусов 4 и 9 касаются внешним образом. К окружностям проведена общая касательная. Найти расстояние между точками касания окружностей.

6. Построить график функции $f(x) = \frac{1}{(\sqrt{x})^2}$. Сколько решений при

различных значениях параметра a может иметь уравнение $2a - x = \frac{1}{(\sqrt{x})^2}$? Выписать все подмножества действительных чисел,

элементами которых являются значения a , при каждом из которых уравнение $2a - x = \frac{1}{(\sqrt{x})^2}$ имеет одинаковое количество решений.

Вариант ФМШ2012-11-2

1. Какое из следующих чисел больше другого: $\sin(\cos 15^\circ)$ или $\cos(\sin 15^\circ)$? Ответ обоснуйте.

2. Решить систему неравенств:
$$\begin{cases} x^2 + 3x + 2 \leq 0 \\ (2x + 1)(x + 2) > 0 \end{cases}$$

3. а) Изобразить на плоскости множество точек, координаты которых $(x; y)$ удовлетворяют уравнению: $y^2 - x^2 + 2x = 1$;

б) из построенного множества точек выделить подмножество, являющееся графиком некоторой функции, область определения которой – всё множество действительных чисел, и на своей области определения она не является монотонной;

в) написать аналитическое выражение (формулу) для функции, графиком которой является выделенное подмножество точек из пункта б).

4. Вася добирается из дома до института за 45 минут. Из них 15 минут он идёт пешком, а остальное время едет на метро. Проснувшись утром, Вася обнаружил, что проспал. Подумав, он решил, что если он будет бежать бегом, то может выйти на 10 минут позже, чем обычно. Успеет ли Вася добраться до института вовремя, если бежит он в 2 раза быстрее, чем идёт пешком? На сколько минут позже ему можно выходить из дома, чтобы точно не опоздать в институт?

5. Окружности радиусов 1 и 4 касаются внешним образом. К окружностям проведена общая касательная. Найти расстояние между точками касания окружностей.

6. Построить график функции $f(x) = -\frac{1}{(\sqrt{x})^2}$. Сколько решений при

различных значениях параметра a может иметь уравнение $a - 2x = -\frac{1}{(\sqrt{x})^2}$? Выписать все подмножества действительных чисел,

элементами которых являются значения a , при каждом из которых уравнение $a - 2x = -\frac{1}{(\sqrt{x})^2}$ имеет одинаковое количество решений.