**Памятка для желающих принять участие в поощрительных занятиях по математике, которые пройдут в течение апреля-мая 2018 года**

В данных занятиях могут принять участие школьники 7-10 классов, поступавшие в ФМШ в 2017/18 учебном году (осенний, зимний и/или весенний наборы), но ни разу не прошедшие по конкурсу.

В процессе занятий мы обсудим некоторые темы по математике и попытаемся не только разобраться в них, но также, по возможности, подготовиться к проведению собственных занятий по ним. Если у кого-то из участников это будет хорошо получаться, они примут участие в проведении занятий по данным темам для учащихся ФМШ (а возможно, и не только для них).

Для того, чтобы принять участие в поощрительных занятиях, необходимо не позже 5 апреля 2018 года прислать на наш адрес электронной почты **info@fmsh.ru** письмо с разбором одной или нескольких тем (пожалуйста, в теме письма укажите: Поощрительные занятия, ФИО, класс).

Вначале приведём список тем, на работе с которыми мы планируем сосредоточиться. В скобках указаны классы, которым, на наш взгляд, эта тема в большей степени соответствует, но сделаем это лишь для ориентировки. Выбор Вами той или иной темы не обязательно должен соответствовать Вашему классу, в первую очередь выбранная тема должна быть Вам ***интересна***. После этого обозначим вопросы, от которых можно оттолкнуться при подготовке разбора данной темы. Данные вопросы также являются ориентировочными. В процессе работы над темой можно и нужно выходить за их рамки, кроме того, не обязательно вообще рассматривать приведённые вопросы, можно все или их часть заменить своими, оставаясь в рамках обозначенной темы.

1) **Что могут формулы сокращённого умножения?** (7-8). Как получаются и почему так называются формулы сокращённого умножения? Как можно выводить с их помощью новые формулы? Как данные формулы помогают быстрее считать «в уме»? Какие ещё задачи можно решать с использованием данных формул?

2) **Какие бывают числа и почему их так много?** (7-10). Что такое число? Всегда ли чисел было бесконечное количество? Виды натуральных чисел – простые, кратные, совершенные, дружественные, фигурные, числа Фибоначчи, Каталана, Армстронга и многие другие. Действительные числа – это на самом деле все числа или есть что-то за ними?

3) **Бесконечность в математике** (9-10). Что такое бесконечность? Какие существуют подходы к описанию бесконечности? Все ли бесконечности одинаковы? Можно ли сравнивать различные бесконечности? Существует ли самая маленькая и самая большая бесконечности?

4) **От функций к отношениям: обобщаем и исследуем** (9-10). Хорошо ли мы знаем, что такое функция? Какие бывают функции? Что получится, если мы попробуем обобщить понятие функции? Какие свойства сохранятся и какие появятся у новых объектов? Зачем нужны отношения?

5) **Нечёткие множества: от теории к практике** (10). Почему множество является одним из основных математических понятий? Какие бывают множества и как с ними можно работать? Нечёткость как способ описания неопределённости. Как нечёткие множества используются при решении реальных задач?

Если Вас не привлекла ни одна из этих тем, то Вы можете придумать свою. В этом случае, пожалуйста, предварительно направьте нам свой вариант темы, а также несколько вопросов, которые Вы хотели бы рассмотреть в рамках данной темы (по аналогии с вопросами, приведёнными к темам выше). Мы либо сразу одобрим Вашу тему, либо подскажем, как лучше её скорректировать, чтобы она стала ещё более интересной. После получения нашего ответа Вы продолжите работу над Вашей темой.

После выбора темы необходимо будет её разобрать, остановившись на вопросах, которые Вам в данной теме наиболее интересны. Для это нужно использовать не менее 2-3 различных источников, *заслуживающих доверия*. Данными источниками могут быть печатные или электронные книги, справочники, интернет-ресурсы.

К источникам, *заслуживающим доверие*, можно отнести большинство учебников по математике, научно-популярных книг, справочников и словарей по математике, специализированных интернет-ресурсов, посвящённых математике (например, mccme.ru, math.ru и другие).

К источникам, ***не*** заслуживающим доверия, относятся большинство неспециализированных интернет-ресурсов, в т.ч., Википедия, различные сайты, содержащие ответы «на любые вопросы» (например, otvet.mail.ru и аналогичные), личные сайты пользователей сети и др. Ссылки на подобные ресурсы в работе использовать нельзя.

Каждый блок информации, который не является Вашим собственным текстом, должен быть взят в кавычки, а до или после него необходимо поставить ссылку на источник, из которого взята данная информация.

Старайтесь не использовать в работе длинных цитат (более 2-3 предложений). По возможности, пытайтесь формулировать и своими словами. Однако если Ваша формулировка очень близка к какому-то тексту, который Вы прочитали, то до или после своих слов также поставьте ссылку на источник.

Будет очень хорошо, если в процессе разбора темы вы добавите собственные рассуждения и комментарии о том, что Вам кажется не очень понятным, или Вы сами не уверены в том, что правильно поняли прочитанный материал. Если в различных источниках про одни и те же понятия говорится по-разному, то замечательно, если Вы рассмотрите, насколько различные описания на самом деле говорят об одном и том же. А может быть и не совсем об одном и том же.

Например, если бы тема, которую Вы хотели рассмотреть, называлась «Золотое сечение», то её разбор мог выглядеть следующим образом:

Определение золотого сечения даётся в книге [1] на с. 219: «Золотое сечение – деление отрезка *AB* на две части таким образом, что бóльшая его часть *AC* является средней пропорциональной между всем отрезком *AB* и меньшей его частью *CB*.» Чтобы понять это определение, нужно знать, что такое «среднее пропорциональное». В той же книге [1] на с. 559 говорится, что это то же самое, что «геометрическое среднее», а для «геометрического среднего» на с. 558 приводится не очень понятная формула: $g = \sqrt[n]{x_1 x_2 \ldots x_n}$ . Видимо, если геометрическое среднее вычисляется из двух чисел, то *n* в данной формуле должно быть равно 2. Если это так, то, исходя из определения, данного выше, получится, что $AC = \sqrt{AB \cdot CB}$ . Судя по всему, это именно так, поскольку далее в статье про золотое сечение приводится формула $AB : AC = AC : CB$, которая следует из формулы $AC = \sqrt{AB \cdot CB}$ , если возвести в квадрат обе части.

Другое определение золотого сечения, данное Евклидом, приводится в книге [2] на с. 23: «Целое относится к большей части как бóльшая часть к меньшей». Это полностью соответствует определению, данному выше, т.к. *AB* – это целое (весь отрезок), *AC* – бóльшая часть отрезка, *CB* – меньшая часть отрезка.

Для того, чтобы найти числовое значение получаемых частей отрезка, можно бóльшую часть обозначить за 1, как предлагается в [2]. Однако это частный случай. Будет ли верен полученный результат, если бóльшая часть имеет произвольную длину? Если обозначить весь отрезок за *a*, а бóльшую часть за *x*, как предлагается в [1], тогда из определения золотого сечения $AB : AC = AC : CB$ мы получим следующее уравнение: $a : x = x : (a - x)$. Или, воспользовавшись правилом пропорции: $a \cdot (a - x) = x^2$. Это квадратное уравнение с параметром: $x^2 + ax - a^2 = 0$. Попробуем его решить, считая параметр некоторым числом. Дискриминант $D = a^2 + 4a^2 = 5a^2$. Т.к. квадрат числа всегда неотрицателен, и поскольку *a* как длина отрезка не равна нулю, то дискриминант всегда будет положительным, а значит квадратное уравнение имеет 2 корня: $x_{1,2} = \frac{-a \pm a\sqrt{5}}{2}$. Поскольку $x$ как длина большей части отрезка всегда положительна, то получаем что $x = a \cdot \frac{\sqrt{5}-1}{2}$. При этом золотым сечением будет отношение $\frac{a}{x} = \frac{a}{a \cdot \frac{\sqrt{5}-1}{2}}$. Оно действительно не зависит от $a$, но при этом равно $\frac{2}{\sqrt{5}-1}$, а не $\frac{1+\sqrt{5}}{2}$, как написано на с. 24 в книге [2]. Впрочем, если мы избавимся от иррациональности в знаменателе полученной нами дроби, домножив её числитель и знаменатель на $\sqrt{5}+1$, то получим: $\frac{2}{\sqrt{5}-1} \cdot \frac{\sqrt{5}+1}{\sqrt{5}+1} = \frac{2 \cdot \left(\sqrt{5}+1\right)}{\left(\sqrt{5}\right)^2 - 1^2} = \frac{2 \cdot \left(\sqrt{5}+1\right)}{4} = \frac{\sqrt{5}+1}{2} = \frac{1+\sqrt{5}}{2}$. Т.е. в точности то отношение, которое есть в книге [2]!

Как рассказывается в той же книге [2], приближённое значение золотого сечения можно получить, рассматривая отношения последующего числа Фибоначчи к предыдущему, а также цепные дроби:

$$1 + \cfrac{1}{1 + \cfrac{1}{1 + \cfrac{1}{1 + \cfrac{1}{1 + \ldots}}}}.$$

Золотое сечение используется живописи, архитектуре [2,3], литературе и музыке [3].

С историей понятия «золотое сечение» можно ознакомиться в источнике [4].

<u>*Источники информации:*</u>

[1] Математический энциклопедический словарь./Гл. ред. Ю.В.Прохоров.– М.: Сов. энциклопедия, 1988.– 847 с., ил.

[2] Мир математики: в 40 т. Т. 1: Фернандо Корбалан. Золотое сечение. Математический язык красоты. / Пер. с англ. – М.: Де Агостини, 2014. – 160 с.

[3] Науменко А., Науменко Л. Золотое сечение.– М.: Лика, 2012.– 383 с., ил.

[4] Лаврус В. Золотое сечение : [Электронный ресурс] / N-T.ru. Электронная библиотека. Наука и техника. URL: http://n-t.ru/tp/iz/zs.htm (Дата обращения: 23.03.2018)

***Не бойтесь ошибаться и спрашивать у нас, если что-то непонятно!***

***Желаем удачи!***