ПРАВИЛА ПРОВЕДЕНИЯ ШКОЛЫ-КОНКУРСА «МАТЕМАТИЧЕСКИЙ СЕЗОН-2017»

Школа-конкурс «Математический сезон-2017» проводится для школьников, которые в 2017/18 учебном году будут учиться в 7-11 классах. Участвовать в Школе-конкурсе могут учащиеся, проживающие как в Москве/Подмосковье (в очной форме в здании МИЭМ по адресу ул. Таллинская, д. 34), так и в других регионах (в дистанционной форме). Дистанционным участникам понадобится компьютер с микрофоном и видеокамерой, а также доступом в интернет на скорости, обеспечивающей передачу аудио- и видеосигнала с приемлемым качеством.

Если в процессе проведения Школы-конкурса участники из Москвы/Подмосковья уедут на отдых в другие регионы, продолжить участие они смогут в дистанционной форме. Если участники из других регионов в какие-либо дни проведения Школы-конкурса окажутся в Москве, они смогут участвовать в занятиях в очной форме.

Школа-конкурс «Математический сезон-2017» проводится в 3 тура:
1) отборочный (до 18 июня 2017 года);
2) основной (до 15 июля 2017 года);
3) финал (15-20 июля 2017 года).

В случае, если количество участников основного тура будет больши́м, перед финалом мы проведём один или несколько полуфиналов.

Участниками каждого последующего тура становятся школьники, успешно прошедшие предыдущий тур.

Для участия в отборочном тура необходимо:

– зарегистрироваться на нашем сайте: **http://fmsh.ru/register.php** (если ранее Вы уже регистрировались на нашем сайте, в т.ч., для участия во вступительном экзамене в ФМШ, то повторная регистрация не требуется);

– **не позже 18 июня 2017 года** направить по нашему адресу электронной почты **info@fmsh.ru** одну или несколько тем по математике, описав их по форме, приведённой ниже в разделе «Рекомендации по придумыванию и описанию тем». Пожалуйста, в теме письма укажите: «Школа-конкурс "Математический сезон-2017"», а также Ваши ФИО и класс.

Присланные темы рассматриваются отборочной комиссией Школы-конкурса, состоящей из преподавателей математики ФМШ МИЭМ. В случае, если тема будет описана в соответствии с «Рекомендациями...» и с достаточной степенью подробности, автору будет направлено письмо об успешном прохождении отборочного тура и дальнейшими действиями.

Если по тем или иным причинам тема не будет принята, мы направим письмо с уточнением причин, по которым присланная тема была отклонена и рекомендациями, как можно было бы скорректировать присланное описание либо придумать другую тему. В этом случае у автора будет возможность отправки нового письма, которое вновь будет рассмотрено отборочной комиссией.

Возможно, для авторов отклонённых тем мы сделаем отдельный очно-дистанционный семинар, на котором рассмотрим общие ошибки или неточности, которые были допущены при подготовке писем, и предложим варианты коррекции исходных описаний. О сроках проведения данных семинаров мы сообщим дополнительно по электронной почте всем, приславшим темы, которые не прошли отборочный тур.

В рамках ***основного тура*** с его участниками будут проводиться очно-дистанционные семинары, на которых темы, присланные участниками, будут обсуждаться другими участниками Школы-конкурса и преподавателями ФМШ, проводящими занятия основного тура. По результатам обсуждений автор темы сможет уточнить, расширить или каким-либо другим образом скорректировать свой исходный текст и подготовить его к финальному туру.

В процессе ***финального тура*** автор будет представлять свою тему жюри Школы-конкурса, которое, по итогам рассмотрения всех тем, выберет лучшие выступления и распределит призовые места среди участников Школы-конкурса.

В случае, если количество участников Школы-конкурса перед финальным туром окажется больши́м, будет проведён один или несколько ***полуфиналов***, на которых предварительный отбор тем для финала выполнят участники Школы-конкурса и преподаватели, ведущие занятия основного тура.

Сразу отметим важность самостоятельного выбора и проработки тем непосредственно участником Школы-конкурса без помощи репетиторов, а, желательно, и родителей. Очень хотелось бы, чтобы основной целью участия в Школе-конкурсе было в первую очередь получение участниками новых знаний, которое будет тем более эффективным, чем больше участник предварительно помучается сам, думая о том, что ему самому интересно при изучении математики, а, придумав, попытаться это изложить так, чтобы его интерес передался отборочной комиссии, а затем и другим участникам Школы-конкурса.

Но чтобы помочь осилить текст этого файла родители, возможно, могут потребоваться :)

По результатам Школы-конкурса текст описаний и/или задач, придуманных участниками, могут использоваться в задачах будущих вариантов вступительных экзаменов ФМШ. Все такие задачи будут содержать информацию об их авторе (при неизменном исходном тексте) либо об авторе идеи задачи (если авторский текст будет скорректирован). *Участием в Школы-конкурсе автор подтверждает своё согласие на использование предложенных им материалов (как целиком так и частично) в задачах будущих вступительных вариантов ФМШ.*

Во время проведения Школы-конкурса планируется организация общедоступных онлайн-трансляций в сети интернет.

РЕКОМЕНДАЦИИ ПО ПРИДУМЫВАНИЮ И ОПИСАНИЮ ТЕМ

Для участия в Школе-конкурсе необходимо выбрать какую-либо тему, которая удовлетворяет двум главным критериям:

1) она интересна для Вас;
2) знание данной темы помогает решать какие-то новые задачи непосредственно в математике либо в других областях.

Желательно, чтобы предложенная тема не входила в явном виде в школьную программу, однако при этом её изучение не требовало бы большого количества материала, которого нет в школьной программе.

При желании, Вы также можете выбрать и тему, которая изучается в школе. В этом случае будет необходимо показать, каким образом знание этой темы позволяет решать задачи, которые в школе Вы не изучаете.

Таким образом, при продумывании темы необходимо найти что-то, что так или иначе за рамки школьной программы выходит – либо сама тема, либо её применение при решении каких-то задач.

После того, как Вы выберете тему, необходимо будет описать её по следующему плану:

1) продумать, что необходимо знать для того, чтобы начать изучать эту тему (какие-то понятия, свойства тех или иных объектов, теоремы и т.п.);
2) какие новые понятия и/или свойства/законы будут рассматриваться при изучении данной темы;
3) кратко описать саму тему;
4) привести примеры задач, которые можно решать, изучив предложенную тему.

При описании темы и рассмотрении задач необходимо сделать ссылки не менее, чем на 2 источника, из которых Вы взяли информацию о выбранной теме. Источниками могут быть как печатные издания (книги, учебники и т.п.), так и интернет-источники. Однако в последнем случае обратите особое внимание на достоверность информации, которую Вы используете. Для этого старайтесь использовать ресурсы, имеющие прямое отношение к математике, либо которым, на Ваш взгляд, можно доверять по каким-либо другим причинам. Использовать источники, подобные Википедии, не сто́ит :)

Будет очень хорошо, если в процессе описания темы вы добавите собственные рассуждения и комментарии о том, что Вам кажется не очень понятным, или Вы сами не уверены в том, что правильно поняли прочитанный материал. Если в различных источниках про одни и те же понятия говорится по-разному, то замечательно, если Вы рассмотрите, насколько различные описания на самом деле говорят об одном и том же. А может быть и не совсем об одном и том же.

Кроме информации из внешних источников, попробуйте включить в описание темы или в задачи что-то, что придумали Вы сами, пусть даже совсем немного. Это может быть обнаруженная Вами связь выбранной темы с какими-то другими разделами математики либо гипотеза по использованию её при решении каких-то новых задач; также у Вас может возникнуть идея новой задачи, которую можно решать с помощью рассмотренного материала в рамках предложенной темы.

Главное, как мы уже отмечали выше – попытаться заинтересовать Вашей темой, рассуждениями или идеями сначала отборочную комиссию, затем – других участников Школы-конкурса, и, в завершение – жюри финального тура!

В качестве примеров приведём варианты возможных тем, описав их в соответствии с предложенными рекомендациями.

<u>9-11 классы: Тема 1 (не школьная). Золотое сечение.</u>

<u>Какие понятия/правила нужно знать для изучения темы:</u> отрезок, квадратный корень, пропорция, квадратное уравнение, иррациональные числа.

<u>Новые понятия/свойства:</u> золотое сечение, числа Фибоначчи, цепные дроби.

<u>Краткое описание темы:</u> Определение золотого сечения даётся в книге [1] на с. 219: «Золотое сечение – деление отрезка *AB* на две части таким образом, что бóльшая его часть *AC* является средней пропорциональной между всем отрезком *AB* и меньшей его частью *CB*.» Чтобы понять это определение нужно знать, что такое «среднее пропорциональное». В той же книге [1] на с. 559 говорится, что это то же самое, что «геометрическое среднее», а для «геометрического среднего» на с. 558 приводится не очень понятная формула: $g = \sqrt[n]{x_1 x_2 \ldots x_n}$. Видимо, если геометрическое среднее вычисляется из двух чисел, то *n* в данной формуле должно быть равно 2. Если это так, то, исходя из определения, данного выше, получится, что $AC = \sqrt{AB \cdot CB}$. Судя по всему, это именно так, поскольку далее в статье про золотое сечение приводится формула $AB : AC = AC : CB$, которая следует из формулы $AC = \sqrt{AB \cdot CB}$, если возвести в квадрат обе части.

Другое определение золотого сечения, данное Евклидом, приводится в книге [2] на с. 23: «Целое относится к большей части как бóльшая часть к меньшей». Это полностью соответствует определению, данному выше, т.к. *AB* – это целое (весь отрезок), *AC* – бóльшая часть отрезка, *CB* – меньшая часть отрезка.

Для того, чтобы найти числовое значение получаемых частей отрезка, можно бóльшую часть обозначить за 1, как предлагается в [2]. Однако это частный случай. Будет ли верен полученный результат, если бóльшая часть имеет произвольную длину? Если обозначить весь отрезок за *a*, а бóльшую часть за *x*, как предлагается в [1], тогда из определения золотого сечения $AB : AC = AC : CB$ мы получим следующее уравнение: $a : x = x : (a - x)$. Или, воспользовавшись правилом пропорции: $a \cdot (a - x) = x^2$. Это квадратное уравнение с параметром: $x^2 + ax - a^2 = 0$. Попробуем его решить, считая параметр некоторым числом. Дискриминант $D = a^2 + 4a^2 = 5a^2$. Т.к. квадрат числа всегда неотрицателен, и поскольку *a* как длина отрезка не равна нулю, то дискриминант всегда будет положительным, а значит квадратное уравнение имеет 2 корня: $x_{1,2} = \dfrac{-a \pm a\sqrt{5}}{2}$. Поскольку *x* как длина большей части отрезка всегда положительна, то получаем что $x = a \cdot \dfrac{\sqrt{5} - 1}{2}$. При этом золотым сечением будет отношение $\dfrac{a}{x} = \dfrac{a}{a \cdot \dfrac{\sqrt{5} - 1}{2}}$. Оно действительно не зависит от *a*, но при этом равно $\dfrac{2}{\sqrt{5} - 1}$, а не $\dfrac{1 + \sqrt{5}}{2}$, как написано на с. 24 в книге [2]. Впрочем, если мы избавимся от иррациональности в знаменателе полученной нами дроби, домножив её числитель и знаменатель на $\sqrt{5} + 1$, то получим: $\dfrac{2}{\sqrt{5} - 1} \cdot \dfrac{\sqrt{5} + 1}{\sqrt{5} + 1} = \dfrac{2 \cdot \left(\sqrt{5} + 1\right)}{\left(\sqrt{5}\right)^2 - 1^2} = \dfrac{2 \cdot \left(\sqrt{5} + 1\right)}{4} = \dfrac{\sqrt{5} + 1}{2} = \dfrac{1 + \sqrt{5}}{2}$. Т.е. в точности то отношение, которое есть в книге [2]!

Задачи: Как рассказывается в книге [2], приближённое значение золотого сечения можно получить, рассматривая отношения последующего числа Фибоначчи к предыдущему, а также цепные дроби: $1+\cfrac{1}{1+\cfrac{1}{1+\cfrac{1}{1+\cfrac{1}{1+\ldots}}}}$.

Также золотое сечение используется живописи, архитектуре [2,3], литературе и музыке [3].

Источники информации:

[1] Математический энциклопедический словарь./Гл. ред. Ю.В.Прохоров.– М.: Сов. энциклопедия, 1988.– 847 с., ил.

[2] Мир математики: в 40 т. Т. 1: Фернандо Корбалан. Золотое сечение. Математический язык красоты. / Пер. с англ. – М.: Де Агостини, 2014. – 160 с.

[3] Науменко А., Науменко Л. Золотое сечение.– М.: Лика, 2012.– 383 с., ил.

7-9 классы: Тема 2 (школьная). Формулы сокращённого умножения.

Какие понятия/правила нужно знать для изучения темы: правила сложения, вычитания и умножения чисел, многочлен.

Новые понятия/свойства: формулы сокращённого умножения, разложение многочлена на множители.

Краткое описание темы: В школе мы изучаем специальные формулы, которые помогают преобразовывать различные выражения, в которых есть степени или суммы нескольких слагаемых. Эти формулы называются формулами сокращённого умножения. Например, они есть в учебнике [1]. К этим формулам относятся:

– квадрат суммы: $(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$

– квадрат разности: $(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$

– разность квадратов: $a^2 - b^2 = (a-b)\cdot(a+b)$

А вот сумму квадратов разложить в произведение нельзя, правда, непонятно, как это доказать.

При этом, если мы рассмотрим сумму кубов, то её разложить оказывается возможно: $a^3 + b^3 = (a+b)\cdot(a^2 - ab + b^2)$

Задачи: Формулы сокращённого умножения используются для разложения на множители многочленов: $4xy + 12y - 4x - 12 = 4y\cdot(x+3) - 4\cdot(x+3) = (4y-4)\cdot(x+3) = 4\cdot(y-1)\cdot(x+3)$

А ещё формулы сокращённого умножения помогают возводить в квадрат в уме большие числа, как это описано в [2]: $94^2 = (90+4)^2 = 90^2 + 2\cdot 90\cdot 4 + 4^2 = 8100 + 720 + 16 = 8836$

Я придумал(-а) новое правило, по которому можно быстро перемножать в уме два числа, которые на одинаковое количество единиц больше числа, квадрат которого мы уже знаем: $47\cdot 53 = (50-3)\cdot(50+3) = 50^2 - 3^2 = 2500 - 9 = 2491$

Источники информации:

[1] Алгебра. 7 класс: учеб. для общеобразоват. учреждений / [Ю.Н.Макарычев и др.]; под ред. С.А.Теляковского.– М.: Просвещение, 2013.– 256 с., ил.

[2] `https://4brain.ru/schitat-v-ume/vozvedenie-v-kvadrat.php`

Желаем удачи и ждём Ваших писем!